

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ МИНЕРАЛОВ, ГОРНЫХ ПОРОД И РУД

УДК 535.525.2

© В. П. КОМПАНЕЙЦЕВ

ДИАГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ В КОНОСКОПЕ УГЛА ОПТИЧЕСКИХ ОСЕЙ КРИСТАЛЛОВ В КОСЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СЕЧЕНИЯХ

V. P. KOMPANEYTSEV. DIAGRAMS TO MEASURE IN CONOSCOPE THE ANGLE
BETWEEN OPTICAL AXES IN OBLIQUE SYMMETRICAL CROSS-SECTIONS

The new method to determine the angle between optic axes ($2V$) in the conoscope is displayed as applicable to oblique cross-sections of crystals, where optic axes are outside of the conoscope field of view. The techniques involve measurements of the table rotation angles needed to make isogyres coincident with points in the conoscope view field (markers), which coordinates are known. The angle between optic axes may be analytically calculated, according to these angles and coordinates, by formulas dedicated from the isogyre equation. There are diagrams compiled for the quick definition of the $2V$ angle by angles of the isogyre coincidence with markers. Preference of the new techniques, as compared with the Mallar's method, is the possibility to measure the larger angles $2V$ (more than 50 — 60°).

Коноскопический метод исследования кристаллов основан на наблюдении и анализе интерференционных фигур, получаемых при прохождении сходящегося пучка света через кристаллическую пластинку, расположенную между поляризатором и анализатором. Он дает ценную информацию о свойствах кристалла, таких как количество оптических осей и угол между ними, оптический знак, дисперсия оптических осей.

Несмотря на значительные успехи в моделировании и интерпретации интерференционных картин, достигнутые в последние десятилетия, теория и практика коноскопического метода исследования кристаллов застыли на уровне начала прошлого века. Набор коноскопических средств измерения угла оптических осей ($2V$) крайне скуден и ограничен двумя ориентированными сечениями: перпендикулярными острой биссектрисе (метод Малляра) и оптической оси — приблизительная оценка $2V$ по кривизне изогирь, сравнимая с эталонной диаграммой Ф. Е. Райта (Wright, 1911).

Метод Малляра наряду с достоинствами (простота и малые затраты времени на производство измерений) имеет один существенный недостаток — невозможность измерения $2V$ более 45 — 50° (Елисеев, 1956). Этот недостаток усугубляется еще и тем обстоятельством, что большинство наиболее распространенных порообразующих минералов (полевые шпаты, пироксены и амфиболы) имеет углы оптических осей, превышающие указанную предельную величину. В связи с этим метод получил ограниченное применение в практике минералого-петрографических исследований.

Классификация сечений двuosных кристаллов. Оптическая индикатриса двuosных кристаллов имеет три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии, на пересечении которых находятся оси индикатрисы N_g , N_m и N_p (рис. 1): 1) плоскость опти-

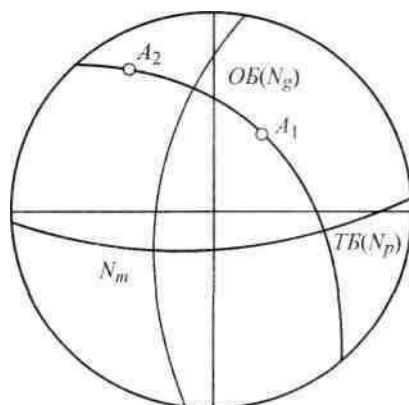


Рис. 1. Плоскости симметрии оптической индикатрисы двусосного положительного кристалла (стереографическая проекция).

Fig. 1. Symmetry planes of optical indicatrix of a two-axes positive crystal (stereographic projection).

ческих осей (ПОО), проходящую через оптические оси A_1 и A_2 , острую (ОБ) и тупую (ТБ) биссектрисы угла оптических осей; 2) плоскость ОБ— N_m и 3) плоскость ТБ— N_m . Относительно плоскостей симметрии оптической индикатрисы выделены следующие группы сечений кристаллов:

1. *Симметричные сечения*, перпендикулярные плоскостям симметрии оптической индикатрисы. Допустимое отклонение от перпендикулярности — до $5\text{--}10^\circ$. Такое отклонение не оказывает существенного влияния на результат измерения $2V$.

2. *Умеренно асимметричные сечения*, в которых плоскость симметрии наклонена относительно оптической оси микроскопа на угол от $5\text{--}10$ до 20° . В этих сечениях ошибки измерения $2V$ могут превышать допустимые пределы, но при использовании специальных приемов расчета они могут быть сведены к минимуму.

3. *Асимметричные сечения*, в которых плоскость симметрии оптической индикатрисы наклонена под углом свыше 20° . Определение угла оптических осей в таких сечениях нежелательно, так как может привести к большим погрешностям результатов измерений.

По ориентации оптических осей необходимо особо выделить *косые сечения*, в которых оптические оси находятся за пределами поля зрения коноскопа. В них возможно определение $2V$ по методу, рассматриваемому в настоящей статье (при условии, что они относятся к симметричной или умеренно асимметричной группе).

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛА ОПТИЧЕСКИХ ОСЕЙ В КОСЫХ СЕЧЕНИЯХ

Задача и сущность метода «засечек». В косых сечениях прямое измерение угла $2V$ по методу Малляра невозможно, так как оптические оси находятся вне поля зрения коноскопа. Следовательно, требуется определить ориентацию оптических осей по тем характеристикам изогри, которые могут быть измерены в поле зрения коноскопа. Эта задача сходна с определением координат недоступного объекта путем измерения углов с двух пунктов с известными координатами, решаемая в геодезии «способом засечек». В коноскопии аналогичная задача также может быть решена «засечками»: измерением углов поворота столика, при которых происходит совмещение изогри с двумя точками в поле зрения коноскопа. Зная углы поворота и координаты точек, можно аналитическим путем рассчитать координаты оптических осей и таким образом определить величину угла между ними.

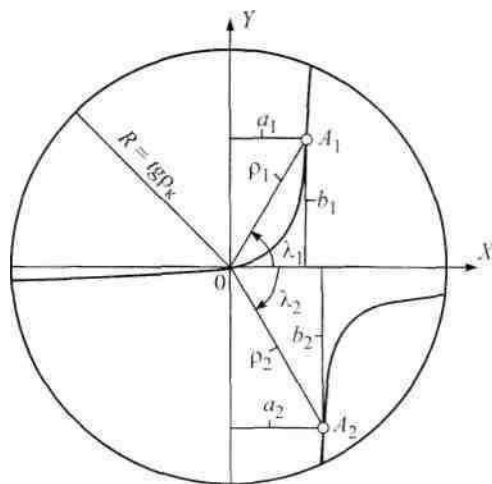


Рис. 2. Соотношение сферических и гномонических координат.

Fig. 2. Ratio of spherical and gnomonic coordinates.

Методика исследований. Интерференционная картина, наблюдаемая в коноскопе, как и все оптические явления, поддается описанию на языке математики в виде уравнений и формул. Это позволило создать математическую модель изогир, в состав которой вошли: 1) формула расчета интенсивности белого света в любой точке поля зрения коноскопа, положенная в основу программы компьютерного воспроизведения изогир (Компанейцев, 1995); 2) уравнение изогир, описывающее связь координат точек изогир с координатами оптических осей (Компанейцев, 2006); 3) обратные уравнения изогир, используемые для расчета координат оптических осей и угла между ними по координатам точек изогир, наблюдаемых в коноскопе.

По перечисленным уравнениям и формулам подготовлены компьютерные программы, с помощью которых были решены прямая задача — воспроизведение изогир на экране монитора по известным координатам оптических осей — и обратная задача — расчет угла оптических осей по известным координатам точек изогир. Полученные результаты контролировались измерением характеристик изогир в коноскопе на реальных кристаллах, в которых на федоровском столике определялась ориентация оптических осей.

Используемые термины. Для предупреждения неясностей в изложении текста статьи ниже дается описание используемых терминов.

Гномоническая проекция может быть получена проектированием точек сферы (применительно к коноскопии — это воображаемая сферическая поверхность направлений световых колебаний в кристалле) из ее центра на касательную плоскость. Соотношение сферических и гномонических координат показано на рис. 2. Оси прямоугольных координат X и Y совпадают с нитями окулярного креста, ориентировка которых соответствует направлениям световых колебаний в николях. Полюс сферических координат совмещен с центром O прямоугольных координат. За нулевой меридиан принята положительная полуось X . Ориентация каких-либо направлений, например оптических осей A_1 и A_2 , определяется их сферическими координатами: полярными углами ρ_1 , ρ_2 и долготами λ_1 и λ_2 . Отсчеты долготы от нулевого меридиана в направлении против часовой стрелки считаются положительными (от 0 до 180°), в противоположном направлении — отрицательными (от 0 до -180°). Расстояние от центра координат до какой-либо точки на гномонической проекции, например до выхода оптической оси A_1 равно тангенсу полярного угла: $OA_1 = \operatorname{tg} \rho_1$. Пересчет сферических координат в гномонические прямоугольные координаты x и y производится по формулам: $x = \operatorname{tg} \rho \cos \lambda$; $y = \operatorname{tg} \rho \sin \lambda$.

Гномонические координаты x и y оптических осей A_1 и A_2 согласно этим формулам соответственно равны: $a_1 = \operatorname{tg} p_1 \cos \lambda_1$; $b_1 = \operatorname{tg} p_1 \sin \lambda_1$; $a_2 = \operatorname{tg} p_2 \cos \lambda_2$; $b_2 = \operatorname{tg} p_2 \sin \lambda_2$.

Гномоническое уравнение изогирь. Это уравнение описывает зависимость координат точек изогирь на плоскости гномонической проекции от координат оптических осей:

$$bx^3 + ay^3 - ax^2y - bxy^2 - cx^2 - cy^2 + 2(d-2)xy + 2bx + 2ay - 2c = 0, \quad (1)$$

где x, y — прямоугольные гномонические координаты точек изогирь; $a = a_1 + a_2$ — сумма гномонических абсцисс оптических осей; $b = b_1 + b_2$ — сумма гномонических ординат оптических осей; $c = a_1b_2 + a_2b_1$ — сумма смешанных (перекрестных) произведений гномонических координат оптических осей; $d = a_1a_2 + b_1b_2$ — сумма попарных произведений гномонических координат оптических осей.

Следует иметь в виду, что уравнение отображает изогирю как линию третьего порядка. Это так называемая «нулевая» изогиря, все точки которой теоретически имеют нулевую интенсивность света. В действительности же человеческий глаз воспринимает изогирю как некоторую плоскую геометрическую фигуру, внутри которой проходит «нулевая» изогиря.

Угловой радиус поля зрения коноскопа (ρ_K) — полярный угол края поля зрения коноскопа, зависящий от коноскопического угла α объектива и показателя преломления кристалла. Он рассчитывается по формуле

$$\sin \rho_K = (\sin \alpha/2) / n, \quad (2)$$

где n — средний показатель преломления кристалла, равный $(n_g + n_{mv} + n_o) / 3$.

Радиус поля зрения коноскопа R на гномонической проекции — линейная величина, равная тангенсу углового радиуса поля зрения:

$$R = \operatorname{tg} \rho_K. \quad (3)$$

Ближняя оптическая ось — оптическая ось A_1 с меньшим полярным углом, чем у другой дальней оптической оси A_2 (т. е. соблюдается неравенство $p_1 < p_2$).

Исходные позиции оптических осей. Для расчета углов поворота столика необходимы исходные позиции — своего рода реперы, от которых производятся отсчеты.

Стандартная позиция оптических осей — одно из четырех положений погасания кристалла (в параллельном свете), при котором ближняя оптическая ось A_1 находится либо на положительной полуоси Y , либо в 1-м квадранте (рис. 3, I, II) (нумерация квадрантов показана на рис. 4). При этом возможны два варианта нахождения дальней оптической оси A_2 : выше оси X (рис. 3, I, а, в; II, а, в) — *стандартная позиция А* (СПА) или ниже (рис. 3, I, б; II, б) — *стандартная позиция Б* (СПБ). В сечениях, перпендикулярных плоскостям симметрии, прямая изогиря совпадает с осью Y (ряд I). В асимметричных сечениях изогиря проходит через центр поля зрения из 1-го в 3-й квадрант (ряд II).

Зеркально-стандартная позиция (ЗСП) представляет собой зеркальное отражение стандартной позиции относительно вертикальной нити окулярного креста (ряд III). В этой позиции ближняя оптическая ось A_1 находится во 2-м квадранте, а изогиря, пересекая центр O , проходит из 2-го в 4-й квадрант. По нахождению дальней оптической оси здесь также можно выделить зеркально-стандартную позицию *А* (ЗСПА, рис. 3, III, а, в) и *Б* (ЗСПБ, рис. 3, III, б). Повернув рис. 3 на 90° , можно убедиться в том, что при повороте столика на этот угол происходит смена позиций оптических осей по схемам: СПА $\leftrightarrow$ ЗСПБ и СПБ $\leftrightarrow$ ЗСПА.

Метки — точки в поле зрения коноскопа с известными координатами. В качестве меток можно использовать окулярное перекрестие (M_0), точки пересечения нитей окулярного креста с краем поля зрения ($M_x, M_y, M_{x'} \text{ и } M_{y'}$) и точки на границе поля зрения (M_1, M_2, M_3, M_4), равноудаленные от нитей креста (рис. 4). В последних четырех мет-

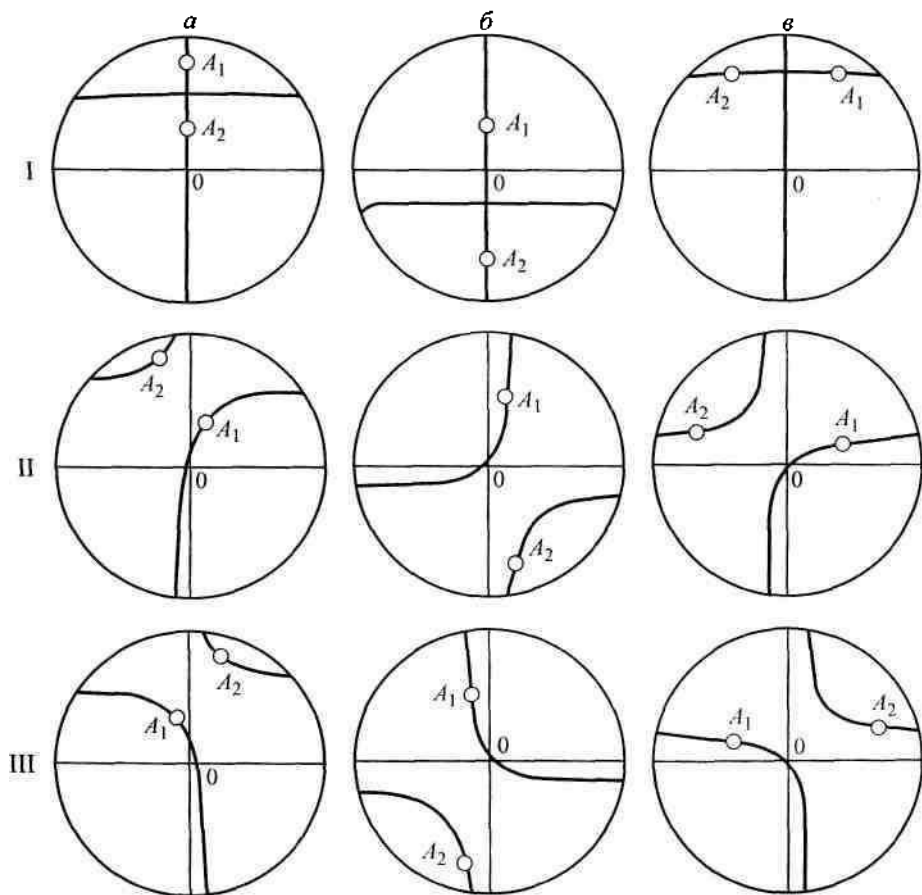


Рис. 3. Позиции оптических осей.

Ряд I — симметричные сечения; II — умеренно асимметричные сечения в стандартной позиции оптических осей; III — умеренно асимметричные сечения в зеркально-стандартной позиции.

Fig. 3. Positions of optical axes: join I — symmetric cross-sections; II — moderately asymmetric cross-sections in a standard position of optical axes; III — moderately asymmetric cross-sections in the mirror-standard image position.

ках нижние индексы указывают на номер квадранта, в которых они находятся. Чтобы обозначить их, нужно слегка приподнять объектив, повернув его на 45° и опустить, так чтобы винт-фиксатор оказался в специально предназначенном для этой цели гнезде в корпусе тубуса. Точки пересечения нитей окулярного креста с границей поля зрения в этом новом положении можно использовать в качестве меток M_{1-4} (см. рис. 6 на врезке рис. 6, А).

Углы поворота столика, отсчитанные от стандартной позиции, необходимые для совмещения изогиры с меткой, обозначаются буквой ω с соответствующим нижним индексом, например ω_2 для метки M_2 , ω_x для метки M_x .

Сферические и гномонические координаты меток M_1 и M_x приведены в табл. 1.

Полярный угол меток, расположенных на краю поля зрения, равен угловому радиусу поля зрения коноскопа ρ_k , зависящему, как это видно в формуле (2), от коноскопического угла объектива и показателя преломления кристалла. Он определяет величину радиуса поля зрения коноскопа R на гномонической проекции, рассчитываемую по формуле (3).

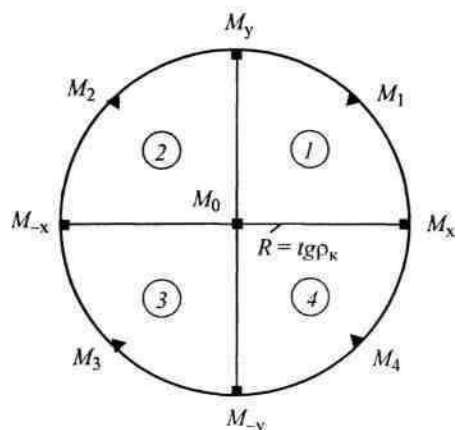


Рис. 4. Метки. Цифры в кружках — номера квадрантов.

Fig. 4. Markers. Numbers in circles — numbers of quadrants.

Таблица 1

Характеристики меток M_1 и M_x
Characteristics of M_1 and M_x markers

Метка	Координаты меток				Обратное уравнение изогирь
	сферические		гномонические		
	ρ	λ	x	y	
M_1	ρ_K	45°	$0.5 \sqrt{2} R$	$0.5 \sqrt{2} R$	$\sqrt{2} R a' + \sqrt{2} R b' - (R^2 + 2) c' + R^2 d - 2 R^2 = 0$
M_x	ρ_K	0°	R	0	$R b' - c' = 0$

Таблица 2

Значения параметров a' , b' , c' и d' обратных уравнений,
выраженные через координаты оптических осей в стандартной позиции

Values of a' , b' , c' and d' parameters of inverse equations expressed through coordinates of optical axes in a standard position

Сечение	Стандартная позиция оптических осей: гномонические координаты оптических осей				Позиция после поворота столика на угол ω : параметры обратного уравнения изогирь			
	A_1		A_2					
	x	y	x	y	a'	b'	c'	d'
$\perp$ ПОО	0	b_1	0	b_2	$(b_1 + b_2)\sin \omega$	$(b_1 + b_2)\cos \omega$	$b_1 b_2 \sin 2\omega$	$b_1 b_2$
$\perp$ (ОБ— N_m)	a_1	b_1	$-a_1$	b_1	$2b_1 \sin \omega$	$2b_1 \cos \omega$	$(a_1^2 + b_2^2) \sin 2\omega$	$b_1^2 - a_1^2$
$\perp$ (ТБ— N_m)								

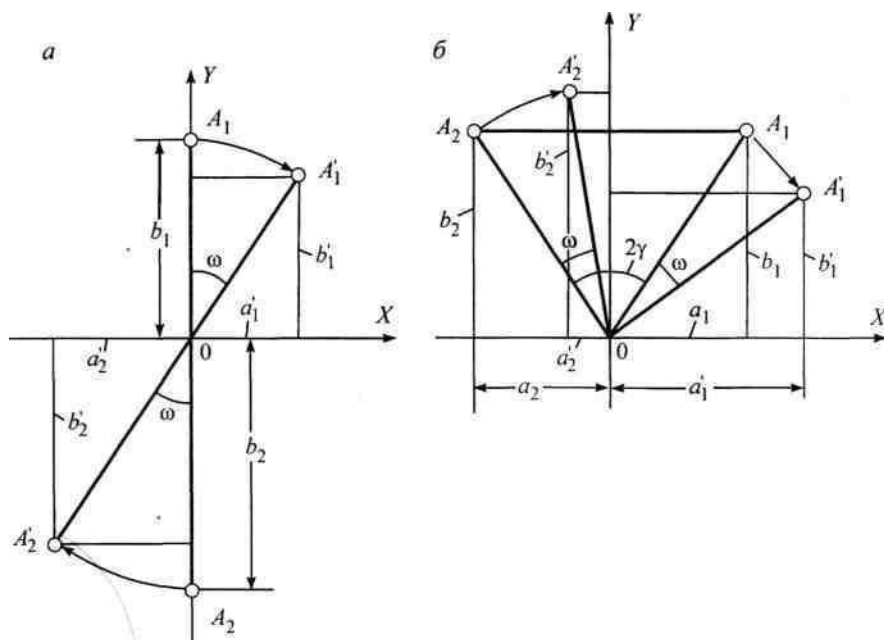


Рис. 5. Положение и координаты оптических осей A_1 и A_2 в стандартной позиции и после поворота столика на угол ω (A_1' и A_2').

Fig. 5. Positions and coordinates of optical axes A_1 and A_2 in the standard position and after turning the table to angle ω (A_1' and A_2').

ОБРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ИЗОГИРЫ И ИХ РЕШЕНИЕ

Если в уравнение изогри (1) вместо x и y подставить известные координаты точки изогри (например, метки после совмещения изогри с ней), то будет получено обратное уравнение изогри, в котором в качестве неизвестных выступают параметры уравнения a , b , c и d . Рассчитав их значения, можно определить координаты оптических осей и угол $2V$.

Обратные уравнения для меток M_1 и M_x приведены в табл. 1.

Сечения, перпендикулярные плоскости оптических осей. В этих сечениях в стандартной позиции оптические оси A_1 и A_2 находятся на оси Y (рис. 5, а) и имеют соответственно следующие гномонические координаты x и y : $0, b_1$ и $0, b_2$. После поворота столика на некоторый угол со оптические оси займут новое положение A_1' и A_2' . Их новые гномонические координаты x и y будут соответственно равны: $b_1 \sin \omega$, $b_1 \cos \omega$ и $b_2 \sin \omega$, $b_2 \cos \omega$. Подстановкой этих координат в формулы, приведенные в пояснениях к уравнению (1), найдены новые параметры a' , b' , c' и d' , выраженные через гномонические координаты оптических осей в стандартной позиции и характеризующие изогри после поворота столика на угол ω (табл. 2).

Из обратных уравнений изогри (табл. 1) для меток M_1 и M_x составим систему уравнений

$$\sqrt{2} R a' + \sqrt{2} R b' - (R^2 + 2) c' + R^2 d' - 2 R^2 = 0, \quad R b' - c' = 0,$$

из которой после подстановки значений a' , b' , c' и d' (табл. 2) и преобразований получена следующая система линейных уравнений:

$$A_1 b + B_1 z + C_1 = 0,$$

$$A_2 b + B_2 z = 0,$$

где b и z — промежуточные неизвестные, равные

$$b = b_1 + b_2,$$

$$z = b_1 b_2, \quad (4)$$

а коэффициенты уравнений имеют следующие значения: $A_1 = \sqrt{2}R (\sin\omega_1 + \cos\omega_1)$, $B_1 = R^2 - (R^2 + 2) \sin 2\omega_1$, $C_1 = -2R^2$, $A_2 = R \cos\omega_x$, $B_2 = -\sin 2\omega_x$.

Решая систему уравнений методом исключения, находим b :

$$b = \frac{B_2 C_1}{A_2 B_1 - A_1 B_2},$$

а затем z : $z = -A_2 b / B_2$.

Подстановкой в выражение (4) $b_2 = b - b_1$ получено квадратное уравнение $b_1^2 - b b_1 + z = 0$, корни которого

$$b_{1,2} = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - z}$$

являются ординатами оптических осей.

Зная b_1 и b_2 , находим угол оптических осей:

$$\operatorname{tg} V' = b_1; \quad \operatorname{tg} V'' = b_2; \quad 2V = V' - V''.$$

Сечения, перпендикулярные к плоскостям симметрии ОБ— N_m , ТБ— N_m . В исходной позиции гномонические ординаты b_1 и b_2 оптических осей A_1 и A_2 равны между собой и имеют положительное значение, а абсциссы a_1 и a_2 также равны между собой, но имеют противоположные знаки (рис. 5, б). После поворота столика на угол ω новые координаты оптических осей рассчитываются по известным из аналитической геометрии формулам поворота осей координат:

$$a_1' = a_1 \cos\omega + b_1 \sin\omega; \quad b_1 = b_1 \cos\omega + a_1 \sin\omega,$$

$$a_2' = a_2 \cos\omega + b_2 \sin\omega; \quad b_2 = b_2 \cos\omega + a_2 \sin\omega.$$

Дальнейшая процедура вывода обратных уравнений для меток M_1 и M_x совпадает с таковой для сечения $\perp$ ПОО. Рассчитанные новые параметры a' , b' , c' и d' приведены в табл. 2. После их подстановки в обратные уравнения изогриды для меток M_1 и M_x (табл. 1) составлена система уравнений, решение которой дает квадратное уравнение

$$A b_1^2 + B b_1 + C = 0, \quad \text{в котором} \quad A = 2R, \quad B = 2\sqrt{2}(\sin\omega_1 + \cos\omega_1) - [(R^2 + 2)\sin 2\omega_1 + R^2] / \sin\omega_x, \quad C = -2R.$$

Корни этого уравнения равны

$$b_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}.$$

За ординату оптических осей принимается положительное значение b_1 . Гномонические абсциссы оптических осей рассчитывают по формулам: $a_1 = b_1 R / \sin\omega_x - b_1^2$; $a_2 = -a_1$.

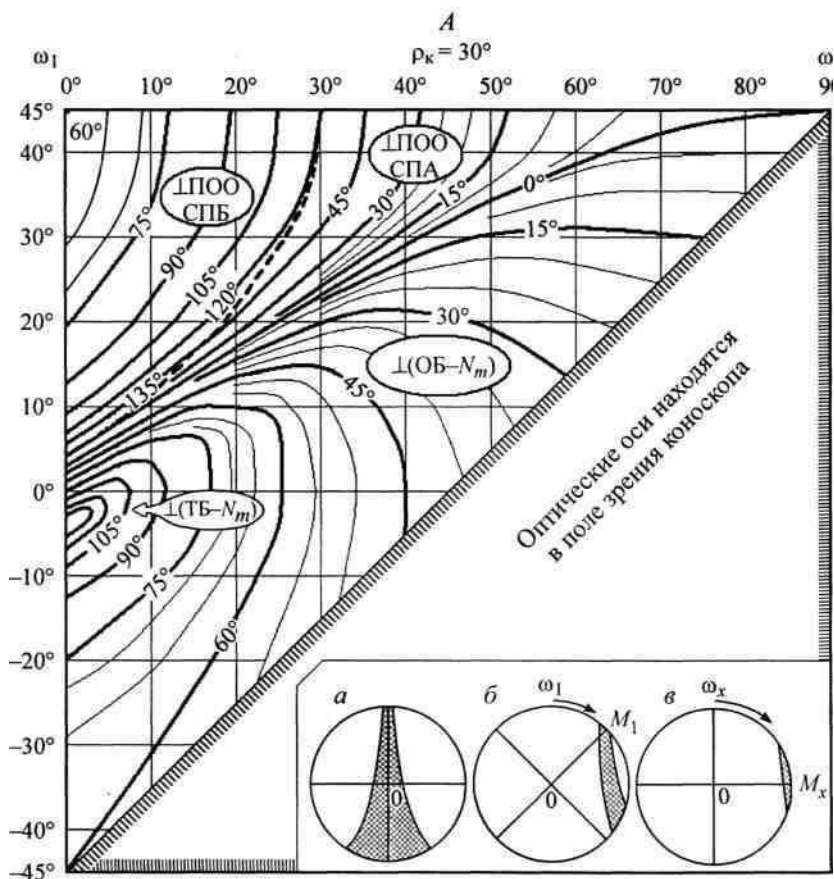


Рис. 6. Диаграммы $2V-\omega_1-\omega_x$ для определения угла оптических осей при разных угловых радиусах поля зрения коноскопа: $\rho_k = 30^\circ$ (А), 25° (Б) и 35° (В).

Для просмотра рис. 6, В повернуть его нижней стороной вверх. На врезке на рис. 6, А показана изогри: а — в исходной (стандартной) позиции, б — после совмещения с меткой M_1 , в — после совмещения с меткой M_x .

Fig. 6. Diagrams $2V-\omega_1-\omega_x$ to determine the angle between optical axes with different angular radius of the conoscope view-field: $\rho_k = 30^\circ$ (A), 25° (B) and 35° (B).

Полярные углы оптических осей равны между собой и определяются по формуле

$$\rho_1 = \rho_2 = \arctg \sqrt{(a_1^2 + b_1^2)}.$$

Угол оптических осей находим как одну из сторон сферического треугольника A_1OA_2 по формуле $\cos 2V = \cos^2 \rho_1 + \sin^2 \rho_1 \cos 2\gamma$, где $\gamma = \arctg(a_1 / b_1)$ — половина угла между проекциями оптических осей OA_1 и OA_2 .

Диаграммы для определения угла оптических осей. На основе приведенных выше уравнений и формул составлены компьютерные программы, с помощью которых рассчитаны данные для построения диаграмм $2V-\omega_1-\omega_x$ (рис. 6). Диаграммы дают возможность по измеренным углам ω_1 и ω_x определять $2V$ при трех значениях ρ_k : 25, 30 и 35° .

Изолиния $2V = 0^\circ$ разделяет диаграммы на две части. Выше этой изолинии располагаются точки, характерные для сечений, перпендикулярных плоскости оптических осей, ниже — для сечений, перпендикулярных двум другим плоскостям симметрии

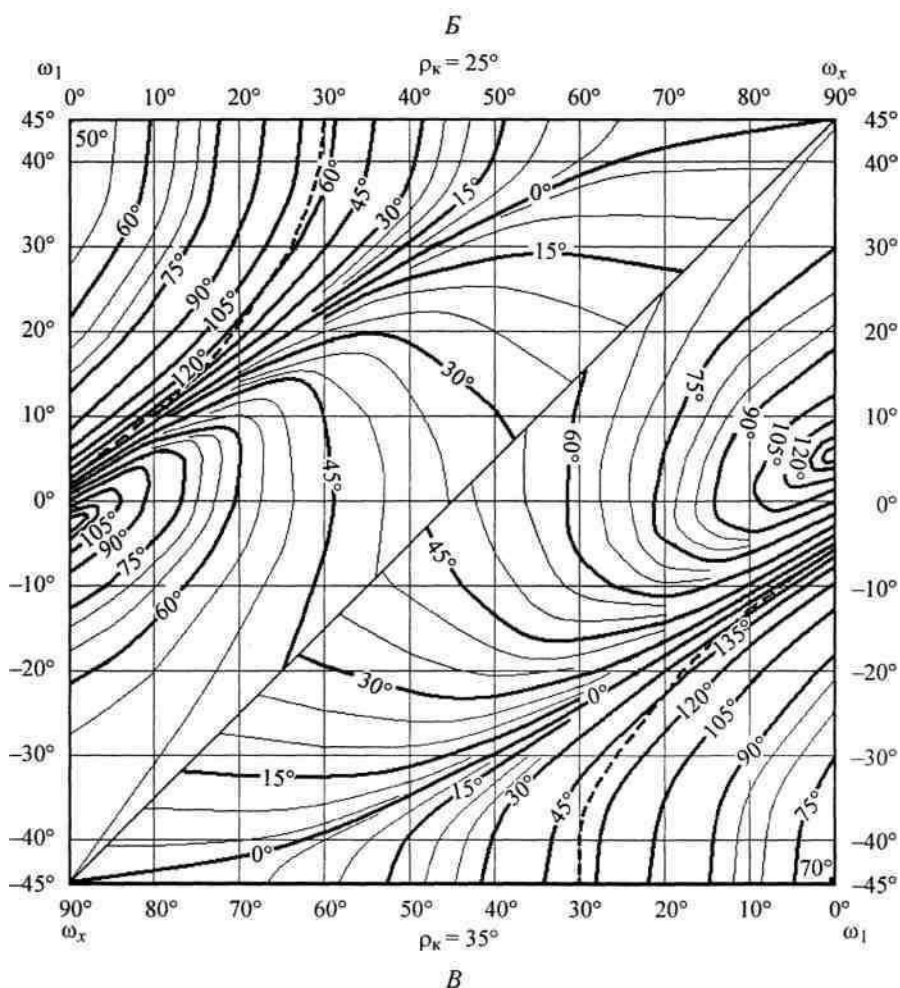


Рис. 6 (продолжение).

ОБ— N_m и ТБ— N_m . Верхнее поле линий инверсии позиции оптических осей (штриховая линия) разделено на две части: позиции СПА и СПБ. Вдоль линии инверсии происходит скачкообразная смена острого угла оптических осей тупым углом (например, по схеме $60 \leftrightarrow 120^\circ$).

Измерение угла оптических осей в умеренно асимметричных сечениях. Приведенные выше формулы и диаграммы для определения $2V$ рассчитаны на сечения, перпендикулярные плоскостям симметрии оптической индикатрисы. Но уже небольшое отклонение от «перпендикулярности» влияет на углы совмещения изогиры с метками, что приводит к недопустимым погрешностям измерения $2V$. Чтобы компенсировать отрицательное влияние асимметрии, необходимо определять углы совмещения изогиры с симметричными метками: M_2 для основной метки M_1 и M_x для основной метки M_x . Для расчета $2V$ вместо ω_1 и ω_x используются их приведенные значения, равные

$$\omega_1' = (\omega_1 - \omega_2)/2; \quad \omega_x' = (\omega_x - \omega_x)/2. \quad (5)$$

Подготовка микроскопа. Для работы с коноскопом важное значение имеет тщательная настройка микроскопа. Опуская здесь обычные настройки и проверки, описание которых дано в руководствах по эксплуатации микроскопов, остановимся на двух процедурах, от выполнения которых зависит точность измерений: центрировке коноскопа и определении коноскопического угла объектива.

Для *центрировки коноскопа* выбирают зерна минерала с отчетливым погасанием в скрещенных николях при параллельном свете. Во всех четырех положениях погасания зерна (через каждые 90°) изогрира должна проходить через точку пересечения нитей окулярного креста или совпадать с нитью окулярного креста, если изогрира прямая (при использовании одноосного минерала). При несоблюдении этого условия производят центрировку с помощью регулировочных винтов на линзе Бертрана.

Определение коноскопического угла объектива. Следует иметь в виду, что нельзя доверять номинальному значению угловой апертуры, которая выгравирована на оправе объектива. Для объектива 60^x она равна 0.85, что соответствует коноскопическому углу 116°. Проверка показывает, что действительный коноскопический угол может быть на 10°, а для объективов микроскопов старых выпусков на 20 и более градусов меньше номинала. Это расхождение объясняется особенностями конструкции объектива, из-за которых крайние лучи конического пучка лучей срезаются оправой объектива, действующей подобно диафрагме.

Для определения коноскопического угла α нужно измерить диаметр D поля зрения коноскопа (в делениях шкалы окуляр-микрометра). Расчет α производится по формуле

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{KD}{2}, \text{ где } K — \text{константа Малляра.} \quad (6)$$

Поиск сечений кристалла, пригодных для измерения угла оптических осей.

При поиске нужных кристаллов следует руководствоваться тремя основными правилами: 1) в поле зрения коноскопа не должны присутствовать оптические оси; 2) в стандартной позиции изогрира должна быть максимально симметричной; 3) оптические оси, находясь вне поля зрения, должны быть как можно ближе к его краю.

Сечения, в которых в поле зрения присутствуют оптические оси, непригодны для метода «засечек», так как в большинстве случаев в них невозможно совместить изогриру с метками M_1 -4. Такие сечения легко определяются по постоянному нахождению в поле зрения одной или обеих ветвей изогриры при любом угле поворота столика.

Симметричность изогриры в стандартной позиции легко определяется визуально. Кроме того, ее можно оценить количественно по соотношению $\omega_x / |\omega_{-x}|$, которое в симметричных фигурах равно единице.

Для сечений, в которых оптические оси находятся вблизи края поля зрения, характерен узкий верхний конец изогриры. Исключение из этого правила — сечения $\perp$ (ОБ— N_m) и $\perp$ (ТБ— N_m), в которых изогрира, в случае близости оптических осей к краю поля зрения, расширена в верхней части (веерообразная изогрира).

Ниже приводится описание признаков, которыми следует руководствоваться при подборе подходящих сечений, с учетом величины угла оптических осей и типа сечений.

Малые углы оптических осей (2 V = 0—30°). Для этих углов следует искать сечения с двумя выходами оптических осей в расчете на прямое измерение по методу Малляра. И лишь в случае неудачи (например, из-за малого количества зерен минерала) нужно перейти к поиску подходящих косых сечений.

Для малых углов оптических осей характерны изогриры, похожие на изогриры, получаемые от одноосных кристаллов: прямые или слегка изогнутые балки, при вращении столика перемещающиеся параллельно нитям окулярного креста. Установка оп-

тических осей возможна только в позиции СПА или ЗСПА. Визуально по форме и другим внешним признакам сечения $\perp\text{ПОО}$ и $\perp(\text{ОБ}—N_m)$ практически не отличимы. В стандартной позиции прямая изогрира совпадает с вертикальной нитью окулярного креста. В асимметричных сечениях тонкий верхний конец изогриры, оставаясь на нити, слегка отклонен от нее вправо или влево, в зависимости от позиции оптических осей (соответственно СПА и ЗСПА).

Средние углы оптических осей ($2V = 30—60^\circ$). Измерение средних углов, как и малых, возможно по способу Малляра. Но при этом нужно иметь в виду, что вероятность появления в поле зрения коноскопа двух оптических осей резко падает при увеличении угла между ними. Например, при угловом диаметре поля зрения коноскопа, равном 60° , для $2V = 30^\circ$ она равна 5 %, а для $2V = 55^\circ$ всего лишь 0.4 %. В последнем случае нужно просмотреть в среднем 250 зерен минерала, чтобы найти подходящее для измерения $2V$, что практически нереально из-за больших затрат времени и возможной нехватки количества зерен в шлифе.

Как и для малых углов, установка оптических осей возможна только в позиции СПА или ЗСПА. В случае близости выходов оптических осей к краю поля зрения в сечениях $\perp(\text{ОБ}—N_m)$ верхний конец изогриры имеет веерообразную форму. При предельно допустимом наклоне плоскости симметрии в стандартной позиции верхний конец изогриры может отклоняться от вертикальной нити окулярного креста по краю поля зрения на угол до 10° (сечения $\perp\text{ПОО}$) и до 40° [сечения $\perp(\text{ОБ}—N_m)$].

Большие углы оптических осей ($2V = 60—90^\circ$). Изогриры для этой группы кристаллов в сечениях, перпендикулярных ПОО, пригодных для измерения $2V$, имеют вид креста, центр которого находится на вертикальной нити, ниже окулярного перекрестия или же при наличии асимметрии он сдвинут вправо от нее (СПА), либо влево (ЗСПА). Для оценки пригодности сечения для измерения $2V$, необходимо определить положение центра креста. Сделать это затруднительно, так как крест очень широкий. Рекомендуется слегка повернуть столик и самое узкое место образовавшейся перемычки распадающегося креста считать центром. Расстояние от центра креста до вертикальной нити не должно быть более половины видимого радиуса поля зрения. Если центр креста будет ближе к горизонтальной нити, чем к вертикальной, то необходимо изменить позицию оптических осей, повернув столик на 90° и производить измерения, как для сечения $\perp(\text{ОБ}—N_m)$.

В сечениях $\perp(\text{ОБ}—N_m)$ кристаллы с большим $2V$, если оптические оси находятся за пределами поля зрения, дают широкую веерообразную изогриру, совпадающую с вертикальной нитью. Сильное расширение ее верхнего конца свидетельствует о близости оптических осей и является признаком, благоприятным для измерения $2V$. При низком положении оптических осей возможно появление в поле зрения широкого креста, с центром, расположенным выше горизонтальной нити. Это отличительный признак сечений $\perp(\text{ОБ}—N_m)$ от сечений $\perp\text{ПОО}$. Кроме того, они различаются по поведению ветвей изогриры при распаде креста при вращении столика по часовой стрелке: в сечениях $\perp(\text{ОБ}—N_m)$ они расходятся в направлениях СЗ—ЮВ, в сечениях $\perp\text{ПОО}$ — СВ—ЮЗ.

Установка выбранного кристалла в стандартную или зеркально-стандартную позицию. Из четырех позиций погасания кристалла (в проходящем свете) выбирают одну из тех, при которой изогрира смещается по оси X вправо при повороте столика по часовой стрелке. Изогрира в этой позиции должна пересекать центр поля зрения (рис. 3).

Снятие отсчета по лимбу столика в исходной (стандартной) позиции. Самый быстрый, но не безупречный по точности способ — совмещение средней линии изогриры с окулярным перекрестием. Снятие отсчета по лимбу столика производится с точностью до $0,1^\circ$. Процесс повторяется 5—7 раз, а при необходимости и большее число раз, пока не будет достигнуто стабильное среднее значение отсчета N_0 . Способ применим, если изогрира тонкая и отчетливая.

Второй способ связан с наблюдением за темнотой в параллельном свете (можно с любым объективом). Установив кристалл в позицию погасания, вращают столик в

обе стороны до первых признаков просветления и снимают отсчеты в каждом положении. Повторив установку несколько раз, находят среднее из снятых отсчетов N_0 .

Совмещение изогриы с метками. Самый простой и быстрый способ совмещения изогриы с меткой — совмещение по ее *средней линии* (см. врезку *б* на рис. 6, *А*). Однако, в случае, если изогриа приближается к метке под косым углом, «плашмя», точная установка на середину невозможна, так как она просматривается только с одной стороны (см. врезку *в* на рис. 6, *А*). Кроме того, средняя линия изогриы в большинстве сечений не совпадает с «нулевой» изогриой, что является дополнительным источником погрешностей определения угла $2V$. Способ совмещения по средней линии следует использовать лишь для быстрой и грубой оценки угла оптических осей.

Очень хорошие результаты дает *двусторонний способ* совмещения изогриы с меткой. Он заключается в снятии отсчета по лимбу столика в двух положениях: при подходе изогриы к метке, когда она касается ее внешней стороной, и при уходе изогриы, когда на метке оказывается ее внутренняя сторона. Для дальнейших расчетов нужно взять среднее из двух отсчетов. Этот способ пригоден даже для очень широких изогри, занимающих сектор поля зрения до 90° и, что особенно важно, при его использовании происходит совмещение «нулевой» изогриы с меткой.

Снятие отсчетов для всех меток производится многократно, не менее 5—7 раз с точностью до $0,1^\circ$ (по нониусу), до получения устойчивого среднего значения N . Углы совмещения для каждой метки определяются по формулам $\omega_1 = N_1 - N_0$; $\omega_2 = N_2 - N_0$; $\omega_x = N_x - N_0$; $\omega_{-x} = N_{-x} - N_0$.

Расчет углового радиуса поля зрения коноскопа. Для определения ρ_k необходимо, как это видно в формуле (2), оценить показатель преломления исследуемого кристалла, который можно найти в справочной литературе. В крайнем случае, если кристалл не диагностирован, достаточно определить его группу по В. Н. Лодочникову (1974) и для расчета взять среднее значение показателя преломления для группы.

Определение угла оптических осей. Предварительно по формулам (5) рассчитываются приведенные значения углов совмещения ω_1' и ω_x' , представляющие собой окончательные исходные данные для определения $2V$. Наиболее точный результат можно получить, если их ввести в компьютер для обработки по программе расчета $2V$. При отсутствии компьютера или необходимых программ угол оптических осей можно снять с диаграмм $2V$ — ω_1 — ω_x , используя приведенные значения углов ω_1' и ω_x' . Если действующий угловой радиус поля зрения ρ_k не совпадает с диаграммами ($\rho_k = 25^\circ$, 30° и 35°), следует прибегнуть к интерполяции.

Ввод поправок на асимметрию. Использование приведенных углов совмещений ω_1' и ω_x' не полностью снимает искажения в расчете $2V$, возникающих из-за наклона плоскости симметрии. Для их устранения методами регрессионного анализа были обработаны данные, полученные при компьютерном моделировании изогриы для 400 сечений при углах наклона плоскости симметрии от 0 до 20° . Расчет поправок $\Delta 2V$ производится по уравнениям регрессии для стандартной позиции оптических осей (7) и для зеркально-стандартной позиции (8) с учетом коэффициентов, приведенных в табл. 3.

$$\Delta 2V = K_0 + K_1\omega_1 + K_2\omega_2 + K_3\omega_x + K_4\omega_{-x} + K_5 2V, \quad (7)$$

$$\Delta 2V = K_0 - K_1\omega_2 - K_2\omega_1 - K_3\omega_{-x} - K_4\omega_x + K_5 2V. \quad (8)$$

Пример определения $2V$ методом «засечек». В качестве примера рассмотрим определение угла оптических осей в косом умеренно асимметричном сечении минерала — клиноцозита. Исходные данные: средний показатель преломления клиноцозита $n = 1.71$; коноскопический угол объектива $\alpha = 106^\circ$, углы совмещения изогриы с метками: $\omega_1 = 2^\circ$, $\omega_2 = -10.5^\circ$, $\omega_x = 20.7^\circ$, $\omega_{-x} = -16.3^\circ$.

По формуле (2) рассчитываем ρ_k : $\sin \rho_k = \sin (106^\circ/2)/1.71 = 0.467$; $\rho_k = 28^\circ$.

По формулам (5) находим приведенные значения ω_1' и ω_x' : $\omega_1' = (2^\circ + 10.5^\circ)/2 = 6.3^\circ$; $\omega_x' = (20.7^\circ + 16.3^\circ)/2 = 18.5^\circ$.

Зная ω_1' и ω_x' с диаграмм (рис. 6, *А*, *Б*) снимаем углы оптических осей для $\rho_k = 25^\circ$ и 30° и определяем тип сечения: $2V_{25} = 63^\circ$; $2V_{30} = 70^\circ$, сечение $\perp$ (ОБ— N_m).

Коэффициенты уравнения регрессии для расчета поправок к углу оптических осей

Coefficients of the regression equation to calculate corrections to the angle between optical axes

Сечение, позиция оптических осей	Коэффициент						Знак поправки
	K_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	
⊥ПОО, СПА	7.7	-3.001	-2.536	0.231	0.026	-0.133	+
⊥ПОО, СПБ	47.0	1.128	1.366	-0.459	-0.991	-0.444	-
⊥ (ОБ— N_m), СПА	-0.2	-0.379	-1.120	0.226	0.689	-0.006	+

Примечание. 1. Если знак поправки оказался противоположным указанному в таблице, поправку не вводить. 2. Абсолютная величина поправки в сечениях ⊥ПОО не должна превышать для малых углов $2V$ 5—8°, средних углов — 8—12°, больших углов — 15—20°; в сечениях ⊥ (ОБ— N_m) соответственно не более 5—10°, 10—15° и 15—20°. После ввода поправок остаточные погрешности в расчете $2V$, связанные с асимметрией, не превышают $\pm 1^\circ$.

Используя интерполяцию, рассчитываем предварительное значение угла оптических осей: $2V' = 2V_{25} + (2V_{30} - 2V_{25})(28^\circ - 25^\circ) / (30^\circ - 25^\circ) = 67^\circ$.

По уравнению регрессии (7) рассчитываем поправку на асимметрию: $\Delta 2V = -0.2 - 0.379 \cdot 2^\circ - 1.12 (-10.5^\circ) + 0.226 \cdot 20.7^\circ + 0.689 (-16.3^\circ) - 0.006 \cdot 67^\circ = 4^\circ$.

Вводим поправку: $2V = 2V' + \Delta 2V = 67^\circ + 4^\circ = 71^\circ$.

О погрешностях измерений $2V$ в коноскопе. Точность измерения видимого угла оптических осей $2E$ по методу Малляра равна $\pm 3^\circ$ (Татарский, 1965), что после пересчета в истинный угол соответствует $\pm 2^\circ$ для малых углов и $\pm 1^\circ$ для средних углов $2V$.

Погрешности измерения $2V$ методом «засечек» складываются из случайных ошибок и ошибок, связанных с оценкой углового радиуса поля зрения коноскопа ρ_k .

Случайные ошибки неизбежны при измерении углов совмещения изогрифы с метками, так как контуры изогрифы часто бывают расплывчатыми, нечеткими и повторение измерений дает разные результаты. Они легко выявляются статистическими методами и надежно оцениваются среднеквадратическим отклонением. Такая работа была выполнена на кристаллах, в которых предварительно на федоровском столике были замерены углы оптических осей. При этом выяснилось, что точность измерения $2V$ в косых симметричных сечениях колеблется в зависимости от четкости контуров изогрифы от ± 3 до $\pm 5^\circ$.

Помимо четкости контуров изогрифы, на точность измерения $2V$ влияет еще один фактор — показатель преломления кристалла, который, как это видно в формуле (2), учитывается при определении углового радиуса поля зрения коноскопа ρ_k . Расчеты показали, что ошибка в оценке ρ_k на 1° приводит к следующим погрешностям определения $2V$:

Угол оптических осей	Погрешность
Малые углы ($2V = 0—30^\circ$)	От 0 до $\pm 1^\circ$
Средние углы ($2V = 30—60^\circ$)	От ± 1 до $\pm 2^\circ$
Большие углы ($2V = 60—90^\circ$)	От ± 2 до $\pm 3^\circ$

Расчеты по формуле (2) показывают, что погрешность $\rho_k = \pm 1^\circ$ может быть вызвана ошибкой в оценке показателя преломления кристалла, равной 0.050. Если минерал известен, то его показатель преломления можно взять из справочника. Даже для минералов переменного состава среднее значение показателя преломления не отличается от показателей преломления крайних членов изоморфного ряда более чем на 0.050. В случае исследования неизвестного минерала следует определить его группу по В. Н. Лодочникову (1974) и взять среднее значение показателя преломления для нее. Правильное определение группы достаточно для того, чтобы не допустить ошибку в расчете ρ_k более чем на 1° . Таким образом, погрешности в оценке показателя преломления кристалла не оказывают значительного влияния на точность измерения $2V$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод «засечек» не является конкурентом метода Малляра, а лишь дополняет его. Они занимают разные «ниши»: первый метод рассчитан на косые сечения, в которых в поле зрения коноскопа отсутствуют оптические оси, для второго метода, напротив, присутствие оптических осей — обязательное условие.

Уступая методу Малляра в точности измерений, метод «засечек» обладает двумя преимуществами: возможностью измерения больших углов оптических осей и меньшими затратами времени на поиск симметричных и умеренно асимметричных сечений в связи с тем, что вероятность их встречи намного выше, чем вероятность появления в поле зрения двух оптических осей. Последнее преимущество особенно важно при исследовании минералов, представленных в шлифах немногочисленными зернами (акцессорные минералы).

Предлагаемый метод измерения $2V$, как и любые новые методические разработки, нужно рассматривать как предварительную версию, нуждающуюся в «обкатке». Автор будет благодарен тем читателям, которые пришлют свои замечания и предложения по совершенствованию метода, и готов ответить на интересующие их вопросы.

Список литературы

- Елисеев Н. А. Методы петрографических исследований. Л.: Изд-во ЛГУ. 1956. 275 с.
Компанейцев В. П. Теория изогри. Прямая коноскопическая задача // Геология Казахстана. 1995. № 2. С. 55—67.
Компанейцев В. П. Уравнение изогри для одноосных и двуосных кристаллов // Кристаллография. 2006. Т. 51. № 4. С. 680—685.
Лодочников В. Н. Главнейшие породообразующие минералы. М: Недра, 1974. 248 с.
Татарский В. Б. Кристаллооптика и иммерсионный метод. М: Недра, 1965. 306 с.
Wright F. E. The methods of petrographic-microscopic research. Carnegie Institution of Washington, 1911. Publication no 158. 200 p.

Поступила в редакцию 5
августа 2008 г.